Занимательный компьютер

Биоморфы, попкорн и улитки

А. К. ДЬЮДНИ

Иногда я кажусь себе рыбаком. Компьютерные программы и идеи — это мои крючки, удилища и спиннинги. Компьютерные изображения — улов и деликатесные блюда.

Клиффорд А. Пикоувер, *Компьютеры, образы, хаос и красота*

Уже несколько раз за последние годы у меня возникало искушение рассказать о причудливых и красивых графических творениях К. Пикоувера, известного ученого из Исследовательского центра им. Томаса Уотсона фирмы IBM в Йорктаун-Хейтсе (шт. Нью-Йорк). Помимо увлечения серьезными исследованиями он коллекционирует развлекательные программы. Это его «рыболовные снасти». С их помощью на экране дисплея можно получать хаотичные и в то же время эстетически привлекательные формы. Глядя на восхитительные уловы Пикоувера, я не в состоянии противостоять соблазну и в этой статье хочу рассказать о программах, с которыми читатели сами смогут отправиться на «рыбалку» и ловить представителей трех простых, но весьма забавных видов, а именно биоморфы, плитки Трюше и фрактальный попкорн. (Попкорн — это популярные в США зерна воздушной кукурузы. — *Перев.*) Читатели смогут также подивиться на трехмерных логарифмических улиток, пойманных этим увлеченным, но вполне здравомыслящим человеком.

Что такое биоморфы? Это слово уже встречалось в статьях нашей рубрики. В апрельском номере за прошлый год речь шла о формах, напоминающих живые организмы и порождаемых программой Ричарда Докинза, биолога из Оксфордского университета. Начиная с нескольких похожих на деревья фигурок, человек, работающий с программой, выбирает какую-то одну, из которой программа строит набор фигурок, являющихся вариациями исходной. Из их числа человек снова выбирает одну понравившуюся ему фигурку и т. д. В конце концов могут возникнуть очень странные, но непременно «органические» формы.

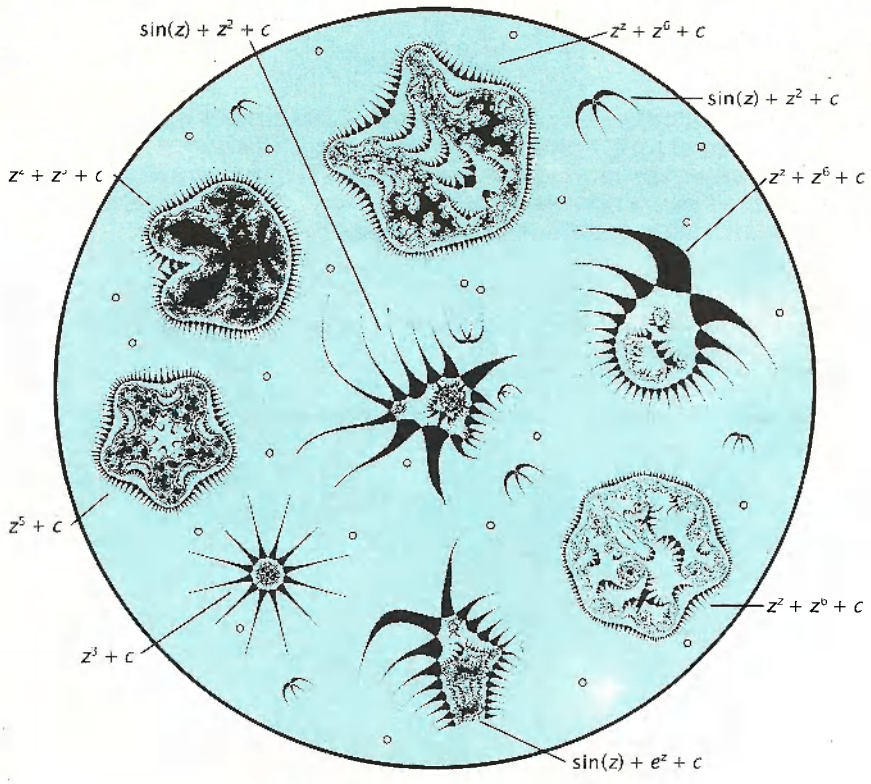
Независимо и почти одновременно Пикоувер получил собственные биоморфы, однако и по методу генерирования, и по внешнему виду они принципиально отличаются от биоморфов Докинза. Организмы Пикоувера очень похожи на микробов, в связи с чем в журнале «Omni» Пикоувер был назван «Левенгуком XX века». (Антони ван Левенгук, живший в XVII в. нидерландский натуралист, один из основоположников научной микроскопии.)

Биоморфы Пикоувера населяют комплексную плоскость; напомним, что там же обитает знаменитое множество Мандельброта (открытое Бенуа Б. Мандельбротом, коллегой Пикоувера по Исследовательскому центру фирмы IBM). Биоморфы возникают в результате процедуры, являющейся сокращенной версией процесса, с помощью которого прослеживаются изящные фрактальные очертания множеств Жюлиа, близких аналогов множества Мандельброта, о которых шла речь в статье январского номера журнала за 1988 г. Каждый биоморф строится путем многочисленных итераций, или последовательных вычислений определенной математической функции, путем выполнения повторяющихся математических операций. На каждом шаге итерационного процесса результат предыдущего шага принимается за исходное значение переменной.

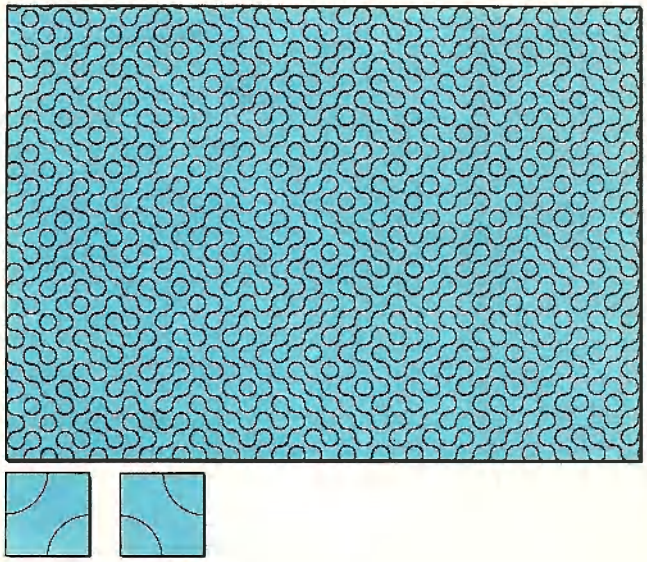
Рассмотрим, например, биоморф с 12 шипами, похожий на радиолярию внизу на рисунке слева, изображающем похожие на видимые в микроскоп организмы. Этот биоморф был получен с помощью итерационных вычислений по формуле

$$z_{n+1} \leftarrow z_n^3 + c.$$

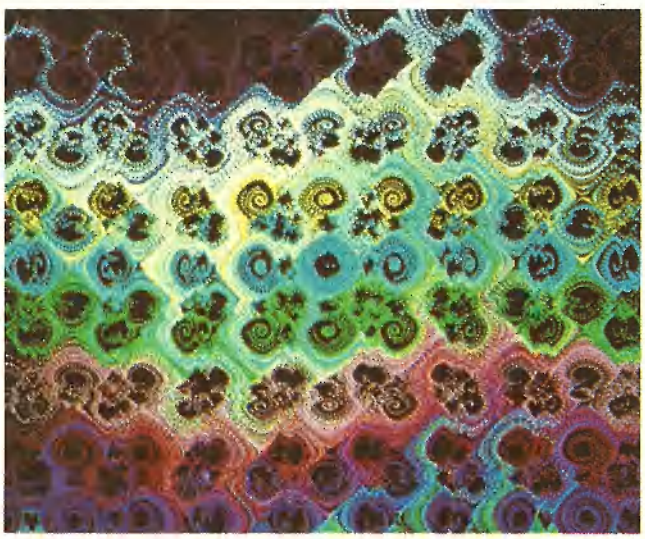
Исходное значение комплексной переменной (обозначенной z_0) возводится в третью степень и к результату прибавляется фиксированное комплексное число c. Затем те же арифметические действия применяются к сумме z_1, получается значение z_2 и т. д.



Так выглядят биоморфы под «микроскопом»; каждому биоморфу соответствует своя порождающая его функция



Плитки Трюше в двух ориентациях (внизу) и случайные комбинации плиток (вверху)



Фрактальный попкорн, порожденный циклической системой уравнений

Комплексное число состоит из двух обычных чисел, одно из которых называется действительной, а другое мнимой частью комплексного числа. Эти два числа удобно представить в виде двух координат в декартовой системе. Традиционно комплексное число записывается в виде суммы, например $3 + 5i$, где 3 — действительная часть, а 5 — мнимая. (Буква i является своеобразным индексом, указывающим, какая из двух частей числа мнимая.) На с. 83 в рамке я привел основные правила сложения, умножения и возведения в степень комплексных чисел.

Чтобы создать биоморф, нужно сначала расположить решетку точек в прямоугольнике, лежащем в комплексной плоскости. Координаты каждой из этих точек представляют действительную и мнимую части исходного значения z_0 для описанного выше итерационного процесса. Каждой точке на экране компьютера также соответствует определенный пиксел (точечный элемент изображения). В зависимости от результата простого теста на величину действительной и мнимой части окончательного значения переменной z пиксел окрашивается черным или белым цветом.

Все биоморфы, изображенные на рисунке на с. 80, были получены в пределах квадрата размером 20 × 20 и с центром в начале координат на комплексной плоскости. Интересно, сколько других организмов смогут открыть изобретательные читатели? Я готов вооружить их необходимым аппаратом наблюдения: программой, которую я назвал BIOMORPH и которая следует основному алгоритму Пикоувера. С помощью его версии, приведенной ниже, была найдена радиолярия:

```
c ← 0.5 + 0.0i
for j ← 1 to 100
    for k ← 1 to 100
        вычислить z0
        z ← z0
          for n ← 1 to 10
          z ← z^3 + c
          if |real(z)| or |imag(z)|
          or |z| > 10
            then выйти из цикла
        if |real(z)| or |imag(z)| < 10
        then plot (j, k) черным
        else plot (j, k) белым
```

Казалось бы, простой оператор «вычислить z_0» на самом деле оказывается не таким уж простым. Он требует преобразования каждой пары координат пиксела (j, k) в комплексное число. Это делается путем деления длины и ширины области комплексной плоскости на число значений j и число значений k соответственно. Полученные частные служат затем в качестве величины приращений, на которые увеличиваются действительная и мнимая части z_0 систематически на каждом цикле алгоритма.

Например, радиолярия была в действительности найдена в квадратном «окне» на комплексной плоскости, ограниченном диапазоном следующих значений действительной и мнимой частей z_0:

$$-1.5 < \text{real}(z_0) < 1.5$$
$$-1.5 < \text{imag}(z_0) < 1.5$$

Поскольку j и k пробегают значения от 1 до 100, и действительная, и мнимая часть z_0 систематически увеличиваются с шагом 0.03. Поэтому в приведенной выше версии программы BIOMORPH должны фигурировать операторы вида:

$$\text{real}(z_0) \leftarrow -1.5 + 0.03j,$$
$$\text{imag}(z_0) \leftarrow -1.5 + 0.03k$$

позволяющие вычислять 10 000 значений z_0, каждое из которых итерируется и тестируется.

В самом внутреннем цикле с 10 итерациями мы постоянно следим за величиной z. Величина комплексного числа — это просто квадратный корень из суммы квадратов действительной и мнимой его частей. Если величина оказывается больше 10, то программа должна сразу выйти из цикла (даже в том случае, когда число итераций еще не достигло 10) и перейти к проверке значений действительной и мнимой частей числа z по отдельности. (На самом деле проще сравнивать сумму квадратов действительной и мнимой частей z с числом 100, чем квадратный корень из этой суммы с числом 10; результат сравнения будет тем же.)

Независимо от числа итераций величина последнего значения z проверяется по отдельности для действительной и мнимой части путем их сравнения с числом 10. (Абсолютное значение обычного числа со знаком равно самому этому числу без знака.) Если действительная или мнимая часть меньше 10, то пиксел с координатами (j, k) окрашивается черным цветом. В противном случае — белым.

Для большинства персональных компьютеров пикселы с координатами в диапазоне от 1 до 100 лежат в угловой части экрана. Чтобы расположить изображение в центре, нужно изменить начальные и конечные значения индексов j и k. Например, j и k

Раковина улитки, порожденная логарифмической функцией

могут пробегать значения от 50 до 150, а не от 1 до 100, как это было в нашем алгоритме.

Все остальные подробности, касающиеся программы BIOMORPH, предоставим уточнять самим читателям. Я лишь напомню, что z, z_0 и c представляют собой комплексные числа и их следует складывать и умножать по соответствующим правилам. По той же причине операторы присваивания в алгоритме, в которых участвуют величины z, z_0 и c, на самом деле должны быть представлены двумя присваиваниями в рамках обычного языка программирования — одно для действительной и одно для мнимой части.

Как посмотреть в микроскоп Пикоувера на другие организмы? На самом деле это можно сделать с помощью все той же программы BIOMORPH. Нужно лишь подставить другую итерационную формулу в сердцевину алгоритма. Другими словами, вместо $z^3 + c$ в рассмотренной выше программе нужно воспользоваться другой функцией.

Вероятно, те, кто напишет программу BIOMORPH, захотят поохотиться и на других существ, обитающих в центральном квадрате 20×20 комплексной плоскости. Простейший способ поиска заключается в том, чтобы систематически сканировать всю эту область; в последующем можно посмотреть ту или иную зону под увеличением, чтобы подробно исследовать графические элементы существа, обнаруженного в ходе предварительного поиска. Как правило, годится любое небольшое значение c.

В некоторых альтернативных формулах, с помощью которых генерируются биоморфы, можно, например, воспользоваться необычной степенью z, а именно z^z, в других — применить тригонометрические операции. Пикоувер любезно согласился выслать всем желающим короткое посвящение в тайны комплексной тригонометрии и искусство возведения комплексного числа z в степень z. Вооружившись этими познаниями, программисты сумеют написать свои версии программы BIOMORPH, с помощью которых можно «поймать» все показанные здесь виды простейших микроорганизмов.

Пикоувер впервые столкнулся с биоморфами, когда совершил случайную ошибку в программе, предназначенной для изучения фрактальных свойств различных формул. По невнимательности он поставил OR вместо AND в одном из условных операторов для проверки текущего значения переменной z. В результате этого непреднамеренного изменения в черный цвет было окрашено значительно большее количество пикселов на исследуемой картинке. В частности, отростки по бокам биоморфов, похожие на реснички, целиком состоят из таких пикселов.

Хотя биоморфы были созданы совершенно случайно, они, кажется, зажили своей собственной жизнью. Как говорит Пикоувер: «В некотором смысле можно сказать, что математические создания существуют. Эти объекты обитают на комплексной плоскости, хотя и напоминают микроскопические организмы, которые мы легко можем увидеть в капле воды из любой лужи». В каком же море мы могли бы поймать представителей более развитых форм жизни? Пикоувер считает важным и тот факт, что сложность как естественных, так и искусственных организмов является результатом многократного применения простых динамических правил.

В настоящее время работа Пикоувера в исследовательском центре связана с изучением новых подходов к определению смыслового содержания данных по их внешнему виду. Например, очень трудно выявить регулярность или случайность нулей и единиц, которыми заполнены страницы, где представлены биты данных. И все же Пикоувер может выявить степень случайности данных с помощью простого графического приема, основанного на плитках Трюше, названных так в честь французского монаха и энциклопедиста Себастьяна Трюше, жившего в XVIII в. Пикоувер модифицировал исходную форму плиток Трюше так, чтобы они состояли из двух четвертей круга в квадрате; центры круговых секторов находятся в противоположных углах квадрата, а ограничивающие их радиусы совпадают с двумя сторонами квадрата. Получающаяся в результате плитка (см. левый рисунок на с. 81) может иметь только две различные ориентации.

Если покрыть плоскую область плитками Трюше, могут возникнуть причудливые синусоидальные кривые. При этом внутри области не возникает свободных концов, они встречаются лишь по краям. Каждая кривая будет обязательно непрерывной, потому что середины сторон прилегающих друг к другу квадратов (точки, в которых начинаются и заканчиваются дуги окружностей) соприкасаются.

Массив из нулей и единиц можно преобразовать в узор Трюше, просто расположив его отдельные плитки в том же порядке, что и двоичные разряды, и ориентируя плитку одним способом, когда встречается 0, и другим, когда встречается 1. Если биты данных выбраны случайным образом, утверждает Пикоувер, то в узоре не выявляется

никаких закономерностей: кривые извиваются и замыкаются совершенно хаотически (хотя в этом хаосе есть своя красота).

Однако стоит внести в данные небольшой элемент регулярности, как характер узора меняется и в нем начинают проступать определенные закономерности. Если, к примеру, сгенерировать массив битов, в каждой строке которого за одним нулем с несколько большей вероятностью следует другой нуль, нежели единица, а за единицей опять-таки с большей вероятностью следует единица, то кривые, наблюдаемые на плитках Трюше, приобретут четко выраженную тенденцию к диагональному виду.

Лично мне больше по вкусу узоры, созданные случайными комбинациями битов, такие как на рисунке. Они предлагают нам множество задач занимательного характера. Например, встречаются ли в таких узорах лабиринты? Попытайтесь найти канал, ведущий от верхнего ряда плиток к нижнему или от одной стороны массива к другой. Прослеживая за этими каналами, мы часто будем наталкиваться на «острова» — замкнутые кривые. Любая кривая, не касающаяся краев квадратной области, должна рано или поздно соединиться сама с собой. Некоторые из подобных кривых образуют маленькие окружности. По оценкам Пикоувера, среднее количество таких окружностей в произвольном узоре Трюше составляет 0.054 от полного числа плиток. С другой стороны, отношение числа колоколообразных кривых к полному числу плиток равно 0.0125. Я предлагаю читателям самостоятельно классифицировать остальные типы замкнутых кривых. Какие еще типы возможны и каково их среднее число в расчете на одну плитку?

Написать программу, превращающую биты в плитки Трюше, нетрудно. Предположим, что у вас имеется массив двоичных разрядов. Тогда вам нужно лишь организовать двойной цикл просмотра массива, в котором для каждого элемента массива в соответствующей позиции компьютерного экрана изображается плитка с соответствующей ориентацией. Думаю, что этих объяснений достаточно, и теперь мы можем обратиться еще к одной графической забаве Пикоувера: фрактальному попкорну.

Изображение попкорна Пикоувера, как бы осязаемое, приведено в правой части рисунка на с. 81. На самом деле эти кружева были получены путем итерационного решения пары дифференциальных уравнений в дискретной форме. Координата x точки решения вычисляется путем вычитания значения функции y из координаты x решения, вычисленного на предыдущем шаге. Аналогичным образом координата y точки решения вычисляется вычитанием значения функции x из координаты y решения на предыдущем шаге. Такая система уравнений называется циклической. Циклические системы, основанные на тригонометрических функциях, по-моему, особенно ботагый источник интересной компьютерной графики.

Итерационный процесс с перекрестными переменными в программе POPCORN описывается следующей парой уравнений:

$$x_{n+1} = x_n - h \cdot \sin(y_n + \operatorname{tg}(3y_n))$$
$$y_{n+1} = y_n - h \cdot \sin(x_n + \operatorname{tg}(3x_n)).$$

Здесь тригонометрические функции умножаются на малую константу h, так чтобы новые значения x или y никогда не отстояли далеко от предыдущих, независимо от того, как долго продолжается итерационный процесс. В программе Пикоувера h равно 0.05.

Как показывает приведенное ниже алгоритмическое описание, программа POPCORN итерирует формулы по 50 раз для каждой из 2500 исходных пар значений (x_0, y_0), при этом каждый раз на экране компьютера закрашивается соответствующий пиксел.

```
for j ← 1 to50
   for k ← 1 to 50
      x0 ← −6 + 0.24j
      y0 ← −6 + 0.24k
      x ← x0
      y ← y0
        for n ← 1 to 50
            xx ← x − h·sin(y + tg(3y))
            yy ← y − h·sin(x + tg(3x))
             x ← xx
             y ← yy
             вычислить jp и kp
             plot (jp, kp)
```

(Здесь xx и yy — временные переменные, которые служат для того, чтобы следить за текущими значениями переменных x и y в пределах данного шага итераций.)

Исходные значения для обеих координат выбираются из точек, принадлежащих квадрату размером 12 × 12 единиц с центром в точке начала координат плоскости xy. Другими словами, исходные значения x лежат в интервале между -6 и $+6$; то же самое относится к исходным значениям y. Аналогично программе BIOMORPH программа POPCORN строится на вложенной структуре циклов, в которой вычисляются наборы начальных значений. Но в программе POPCORN индексы обоих циклов пробегают значения от 1 до 50.

Два комплексных числа складываются путем суммирования их действительных и мнимых частей по отдельности. Иными словами, сумма комплексных чисел $a + bi$ и $c + di$ равна комплексному числу $(a + c) + (b + d)i$.

Произведение двух комплексных чисел равно $(ac - bd) + (ad + bc)i$. Пользуясь этой формулой, можно вывести формулу квадрата числа $a + bi$, которая имеет вид $(a^2 - b^2) + 2abi$. Действительная часть этого возведенного в квадрат числа равна $(a^2 - b^2)$, а мнимая — $2ab$.

Применив еще раз формулу умножения, получим формулу для нахождения третьей степени числа $a + bi$. Действительная часть возведенного в куб комплексного числа будет равна $a(a^2 - 3b^2)$, а мнимая — $b(3a^2 - b^2)$.

Действия над комплексными числами

Наконец, точки, заданные 50 парами (x, y), сгенерированными для каждой исходной пары (x, y), должны быть отображены в виде пикселов на экране. Это делается при помощи простой формулы, устанавливающей соответствие между значениями x, y, с одной стороны, и значениями jp, kp — с другой.

$$jp \leftarrow 4.166x + 25$$
$$kp \leftarrow 4.166y + 25$$

Поэтому фрактальный попкорн Пикоувера состоит целиком из пикселов, координаты которых получаются в результате итераций. Читатели могут по своему выбору рассмотреть под увеличением те или иные фрагменты попкорна и обнаружат изящные и совершенно неожиданные узоры. Они могут также «раскрасить» попкорн, как это делает сам Пикоувер, выбирая для закрашивания пикселов новый цвет всякий раз, когда внутренний цикл начинается сначала.

Графика Пикоувера уже не раз привлекала внимание общественности. Его работа обсуждалась не только в различных журналах, но и на телевидении; полученные им изображения демонстрировались даже на выставках в Швейцарии, Японии и в экспозиции музея вычислительной техники в Бостоне.

Я завершаю тему этой статьи, представляя вниманию читателей одно из последних творений Пикоувера: восхитительную раковину улитки с удивительно реалистичной окраской и бликами. Изображение, приведенное на рисунке на с. 82, было построено из последовательности сфер, центры которых перемещались по плавной логарифмической спирали. Световые блики были получены с по-

мощью метода трассирования лучей, моделирующего отражение лучей от различных поверхностей.

ТЕМОЙ статьи в нашей рубрике майского номера журнала был компьютерный вандализм: злонамеренные программы, размножающиеся в памяти машины и выводящие из строя полезное программное обеспечение. Нашествие таких компьютерных «вирусов» и «червяков» продолжается. Больше года ходили слухи о новом вирусе, поражающем программы для табличных расчетов, и недавно эти слухи подтвердились. Эксперт по вирусам Харольд Хайленд, редактор журнала «Computers and Security» («Компьютеры и безопасность»), называет эту новую инфекцию макровирусом, поскольку она основана на командах, называемых макросами.

Получить детальную информацию о вспышке макровируса довольно трудно, наверное, потому, что она поразила корпорации, которые совсем не заинтересованы афишировать эти неприятные подробности. Говорят, что одна из версий вируса распространяется с программами «Лотус 1-3-3». Всякий раз, когда пользователь выполняет зараженную программу, вирус вызывает из памяти произвольную таблицу, изменяет на небольшую величину число, содержащееся в какой-то одной ячейке и возвращает измененную рабочую таблицу в память. Потенциально вирус может нанести большой ущерб, поскольку небольшие изменения в данных могут остаться незамеченными в течение нескольких месяцев, существенно влияя на результаты вычислений.

Несмотря на эти новые факты, Том Питтмен из Спрекелса (шт. Калифорния) считает, что в своей статье, опубликованной в майском номере, я несколько преувеличил опасность, связанную с вирусами. По его мнению, следует проводить четкое различие между полезными и разрушительными вирусами. Это различие может быть семантическим. Дело в том, что существуют полезные программы, которые ведут такой же образ жизни, как вирусы или черви. Они выполняют разнообразные функции, от сжатия файлов до сканирования входной информации, однако обычно их не называют ни вирусами, ни червями.

Е. Хайнляйн из Милл-Вэлли (шт. Калифорния) намерен добиваться создания центра по борьбе с компьютерными болезнями по аналогии с Центром по борьбе с (человеческими) заболеваниями, созданным в Атланте. Подобный центр был бы частью более широкой программы по изучению, классификации и подготовке нового законодательства, касающегося информирования общественности об эпидемиях вируса и наказания виновных. Исследования, предпринятые в рамках этой программы, возможно, помогут созданию новых фильтров и методов обнаружения вируса, а также методов восстановления поврежденных вирусом компьютерных систем.

Наука и общество

Коварное влияние

ПОВЕДЕНИЕ животных подчиняется законам эволюции. Это стало общеизвестным. Новостью является то, что в ходе эволюции может формироваться прямое воздействие паразита на поведение его хозяина. Такое явление существует у некоторых паразитов насекомых. В журнале «Science» Ж. Бродер и Дж. Макнейл из Университета Лаваля в Квебеке сообщают, что личинка осы *Aphidius nigripes* в своих интересах изменяет поведение картофельной листовой тли, которая служит ей хозяином. Самка осы откладывает яйца в тело тли, и вышедшие из них личинки поедают неудачливую тлю изнутри, так что та в конце концов погибает. Когда развитие личинки завершается, она покидает мумифицированные остатки тли. Однако при приближении зимы паразит (здесь точнее был бы термин «паразитоид», поскольку организм-хозяин в результате гибнет) может остаться на долгое время в теле мертвой тли в состоянии так называемой диапаузы (временного физиологического покоя с пониженным уровнем метаболизма) до тех пор, пока весной условия не станут более благоприятными.

Бродер и Макнейл наблюдали, что тли, не несущие паразитов, зимой, как правило, держатся под листьями, а те особи, в которых отложила свои яйца *A. nigripes*, перед смертью перемещаются на верхнюю поверхность листьев. Исследователи меняли условия для содержавшихся в лаборатории тлей, несущих личинок осы, таким образом, что примерно половина личинок впадала в диапаузу. Оказалось, что тли, в которых находятся личинки в состоянии диапаузы, ведут себя иначе, чем те, в которых паразит сохраняет нормальную активность: первые перед смертью стремились покинуть растение, на котором питались, и спрятаться, тогда как вторые оставались на месте.

Многие паразиты влияют на поведение своих хозяев — новое в случае *A. nigripes* и картофельной тли заключается в том, что изменение в поведении организма-хозяина избирательно: тля прячется, когда такое поведение выгодно личинкам осы и не делает этого, если паразит в том не нуждается. Бродер и Макнейл полагают, что личинки *A. nigripes* в состоянии диапаузы побуждают своих хозяев хорониться перед смертью в укрытие, поскольку это обеспечивает паразиту защиту от перепадов температуры и нападения хищников на период зимы. Последнее подтверждается наблюдением за хозяевами гиперпаразитоидного вида ос, которые откладывают яйца в тлей, уже содержащих личинок, и вторые личинки пожирают первых. Если тли несли личинок *A. nigripes* в состоянии диапаузы и потому находились в защищенных местах, они меньше подвергались нападению гиперпаразитоидных ос. Таким образом, *A. nigripes* не только убивает картофельную тлю, но и заставляет ее обеспечивать защиту своему собственному «палачу».

Квадратура круга

Кругов квадратура, кубов удвоения
Нам не несут удовлетворения
М. Приор, 1717

НА ПРОТЯЖЕНИИ последних двух тысячелетий несметное множество циркулей, линеек и ножниц было погнуто и сломано в попытках преобразовать круг в квадрат, занимающий ту же площадь. Постепенно математики стали откладывать эти инструменты в сторону, убеждаясь, что они не дают желаемого результата. И все же усилия 100 поколений не пропали даром. Круг все же удалось превратить в квадрат.

Миклош Лажкович из Будапештского университета продемонстрировал метод разбиения круга на конечное число точек, кривых и фрагментов изогнутой формы, которые можно перерасположить таким образом, чтобы получился квадрат той же площади. «Доказательство было проверено многими математиками, занимавшимися проблемой квадратуры круга, — говорит С. Уэйгон из колледжа Смита. — Похоже, что метод Лажковича правилен».

Первые попытки построить квадрат из круга при помощи циркуля и линейки предпринимались еще учеными Древней Греции. Эти попытки,